

5
S
E

DISEÑO CURRICULAR PARA LA
EDUCACIÓN SECUNDARIA

MATEMÁTICA
CICLO SUPERIOR

■ ■ ■ ■ ■ ■ ■ 5° AÑO



Dirección General de
Cultura y Educación

Buenos Aires
LA PROVINCIA

Diseño Curricular para la Educación Secundaria 5o año: Matemática-Ciclo Superior /
Coordinado por Claudia Bracchi y Marina Paulozzo - 1ra ed.- La Plata: Dirección General de Cultura y Educación de la Provincia de Buenos Aires, 2011.
32 p.; 28x20 cm.

ISBN 978-987-676-022-5

1. Diseño Curricular. 2. Educación Secundaria. 3. Matemática. I. Bracchi, Claudia, coord. II. Paulozzo, Marina, coord.
CDD 510.712

■ Equipo de especialistas

Coordinación Mg. Claudia Bracchi | Lic. Marina Paulozzo

Matemática. Ciclo Superior

Prof. Silvia Rodríguez | Prof. Rosario Alonso

© 2011, Dirección General de Cultura y Educación
Subsecretaría de Educación
Calle 13 entre 56 y 57 (1900) La Plata
Provincia de Buenos Aires

ISBN 978-987-676-022-5

Dirección de Producción de Contenidos
Coordinación Área editorial Dcv Bibiana Maresca
Edición Lic. Mariela Vilchez
Diseño María Correa

Esta publicación se ajusta a la ortografía aprobada por la Real Academia Española
y a las normas de estilo para las publicaciones de la DGCyE.

Ejemplar de distribución gratuita. Prohibida su venta.

Hecho el depósito que marca la Ley N° 11.723
dir_contenidos@ed.gba.gov.ar

ÍNDICE

Presentación	5
El proceso de diseño curricular	6
Estructura de las publicaciones	7
Matemática y su enseñanza en el Ciclo Superior de la Escuela Secundaria	9
Mapa curricular	10
Carga horaria	10
Objetivos de enseñanza	10
Objetivos de aprendizaje	11
Contenidos	12
Eje Geometría y Álgebra	12
Eje Números y operaciones	16
Números reales	17
Eje Álgebra y estudio de funciones	19
Ecuaciones e inecuaciones	19
Concepto de funciones	19
Funciones cuadráticas	22
Polinomios	24
Eje Probabilidad y estadística	24
Orientaciones didácticas	28
Resolución de problemas y formalización	28
Clima de la clase y tratamiento del error	28
Leer y escribir en Matemática-Ciclo Superior	29
Uso de la calculadora	30
Orientaciones para la evaluación	31
Bibliografía	32
Recursos en Internet	33

PRESENTACIÓN

“La Provincia, a través de la Dirección General de Cultura y Educación, tiene la responsabilidad principal e indelegable de proveer, garantizar y supervisar una educación integral, inclusiva, permanente y de calidad para todos sus habitantes, garantizando la igualdad, gratuidad y la justicia social en el ejercicio de este derecho, con la participación del conjunto de la comunidad educativa”.¹

La Escuela Secundaria obligatoria de seis años cumple con la prolongación de la educación común y, como se señala en el Marco General del Ciclo Básico de Educación Secundaria, representa el espacio fundamental para la educación de los adolescentes y los jóvenes de la provincia de Buenos Aires; es un lugar que busca el reconocimiento de las prácticas juveniles con sentido formativo y las incluye en propuestas pedagógicas que posibiliten construir proyectos de futuro y acceder al acervo cultural construido por la humanidad, para lo cual los adultos de la escuela ocupan su lugar como responsables de transmitir la cultura a las nuevas generaciones.²

En este marco, la Educación Secundaria tiene en el centro de sus preocupaciones el desafío de lograr la *inclusión* y la *permanencia* para que todos los jóvenes de la Provincia finalicen la educación obligatoria, asegurando los conocimientos y las herramientas necesarias para dar cabal cumplimiento a los tres fines de este nivel de enseñanza: *la formación de ciudadanos y ciudadanas, la preparación para el mundo del trabajo y para la continuación de estudios superiores.*

Una Escuela Secundaria inclusiva apela a una visión de los jóvenes y los adolescentes como sujetos de acción y de derechos, antes que privilegiar visiones idealizadoras, románticas, que nieguen las situaciones de conflicto, pobreza o vulnerabilidad. Esto hará posible avanzar en la constitución de sujetos cada vez más autónomos y solidarios, que analicen críticamente tanto el acervo cultural que las generaciones anteriores construyeron, como los contextos en que están inmersos, que puedan ampliar sus horizontes de expectativas, su visión de mundo y ser propositivos frente a las problemáticas o las situaciones que quieran transformar.

Tener en cuenta los distintos contextos en los que cada escuela secundaria se ha desarrollado, las condiciones en las que los docentes enseñan, las particularidades de esta enseñanza y las diversas historias personales y biografías escolares de los estudiantes, permitirá que la toma de decisiones organizacionales y curriculares promueva una escuela para todos.

Este trabajo fue socializado en diferentes instancias de consulta durante todo el 2009. Cabe destacar que la consulta se considera como instancia para pensar juntos, construir colectivamente, tomar decisiones, consolidar algunas definiciones y repensar otras.

Una escuela secundaria que requiere ser revisada, para incorporar cambios y recuperar algunas de sus buenas tradiciones, implica necesariamente ser pensada con otros. Por ello, esta escuela es el resultado del trabajo de la Dirección Provincial de Educación Secundaria y recoge los aportes efectuados por inspectores, directivos, docentes de las diferentes modalidades, estudiantes, especialistas, representantes gremiales, universidades, consejos de educación privada, partidos políticos, entre otros.

¹ Ley de Educación Provincial N° 13.688, artículo 5.

² DGCyE, *Marco General de la Educación Secundaria. Diseño Curricular de Educación Secundaria*. La Plata, DGCyE, 2006.

EL PROCESO DE DISEÑO CURRICULAR

El proceso de diseño curricular se inició en el año 2005, con una consulta a docentes en la cual se valoraron las disciplinas y su enseñanza; continuó en 2006 con la implementación de los prediseños curriculares como experiencia piloto en 75 escuelas de la Provincia. A partir de 2007, todas las escuelas secundarias básicas implementaron el Diseño Curricular para el 1° año (ex 7° ESB); durante 2008 se implementó el Diseño Curricular para el 2° año (ex 8° ESB) y en 2009 se implementó el correspondiente al 3° año (ex 9° ESB).³

Se organizó de este modo el Ciclo Básico completo, con materias correspondientes a la *formación común*. El Ciclo Superior Orientado, por su parte, se organiza en dos campos: el de la *formación común* y el de la *formación específica*. El primero incluye los saberes que los estudiantes secundarios aprenderán en su tránsito por el nivel, sea cual fuere la modalidad u orientación, y que son considerados como los más significativos e indispensables.⁴ El segundo incorpora materias específicas de distintos campos del saber, según la orientación.

En este sentido, la organización del Ciclo Básico y su desarrollo, tanto en el Marco General como en los diseños curriculares de cada una de las materias, decidieron cuestiones importantes que se continúan en los diseños curriculares para el Ciclo Superior. Se resolvió su diseño de manera completa porque se estructura en orientaciones que debieron pensarse para aprovechar los espacios disponibles de los tres años.

Finalmente, estos diseños curriculares necesitan que los docentes participen y co-construyan con los jóvenes ritos que *hagan marca*, es decir que den cuenta de la impronta particular de cada escuela. Esto implica el reconocimiento y la integración a las rutinas escolares de los modos de comunicación y expresión de los jóvenes: programas de radio, blogs, publicaciones, espacios de expresión artística, entre otras alternativas.

La propuesta de una escuela secundaria pública, en tanto espacio de concreción del derecho social a la educación para los adolescentes y los jóvenes, toma en sus manos la responsabilidad de formar a la generación que debe ser protagonista en la construcción del destino colectivo.

ESTRUCTURA DE LAS PUBLICACIONES

El Diseño Curricular del Ciclo Superior para la Educación Secundaria de 5° año se presenta en tres tipos de publicaciones.

- Marco General del Ciclo Superior para la Escuela Secundaria.
- Materias comunes que corresponden a 5° año de todas las orientaciones.
- Orientaciones.

El siguiente cuadro representa cada una de las publicaciones con sus contenidos.

³ Las resoluciones de aprobación de los diseños curriculares correspondientes al Ciclo Básico de la Secundaria son: para 1° año Res. N° 3233/06; para 2° año 2495/07; para 3° año 0317/07; para Construcción de Ciudadanía Res. 2496/07 y Res. de Consejo Federal N° 84/09.

⁴ En los lineamientos federales, este campo de la formación común se denomina Formación General.

ESTRUCTURA DE LAS PUBLICACIONES

Marco General para el Ciclo Superior de la Escuela Secundaria

Arte (solo para Ciencias Naturales)

Historia

Educación Física

Literatura

Política y Ciudadanía

Matemática - Ciclo Superior

Introducción a la Química

Inglés

Geografía

Ciencias Naturales	Marco General de la Orientación	
	Fundamentos de Química	
	Física	
	Ciencias de la Tierra	
	Biología	
Ciencias Sociales	Marco General de la Orientación	
	Comunicación, cultura y sociedad	
	Economía política	
	Sociología	
Lenguas Extranjeras	Marco General de la Orientación	
	Estudios interculturales en inglés I	
	Italiano II	
	Francés II	
	Portugués II	
Arte	Marco General de la Orientación	
	Artes Visuales	Imagen y nuevos medios
		Imagen y procedimientos constructivos
	Danza	Análisis Coreográfico
		Improvisación y composición coreográfica
	Literatura	Seminario de investigación literaria
		Taller de Escritura
	Música	Análisis y producción en música
		Prácticas de conjuntos vocales e instrumentales
	Teatro	Actuación y procedimientos constructivos en teatro
		Análisis del lenguaje teatral
Educación Física	Marco General de la Orientación	
	Prácticas deportivas y acuáticas	
	Educación Física y cultura	
	Prácticas corporales y deportivas en el ambiente natural	
	Prácticas gimnásticas y expresivas	
	Sociología	
Economía y Administración	Marco General de la Orientación	
	Derecho	
	Elementos de micro y macroeconomía	
	Gestión Organizacional	
	Sistemas de información contable	
Comunicación	Marco General de la Orientación	
	Comunicación y culturas del consumo	
	Observatorio de comunicación, cultura y sociedad	
	Observatorio de Medios	

Contenidos correspondientes al Ciclo Superior.

Contenidos correspondientes a 5º año.

MATEMÁTICA Y SU ENSEÑANZA EN EL CICLO SUPERIOR DE LA ESCUELA SECUNDARIA

El Ciclo Superior de la Escuela Secundaria representa para los jóvenes la oportunidad de profundizar contenidos matemáticos anteriores, analizarlos desde el punto de vista formal de la Matemática como ciencia, al mismo tiempo que se abre un espacio de construcción de nuevos conceptos. En este contexto, el desarrollo de la materia en el 5º año debe aportar niveles crecientes de formalización y generalización.

Para "hacer matemática" es ineludible resolver problemas, aunque esta actividad no se considera suficiente. La descontextualización de los resultados obtenidos es lo que permite generalizar y realizar transferencias pertinentes.

Si bien la estructura de la matemática como ciencia formal es el resultado final de conocimientos construidos por la comunidad científica, es importante que los docentes tengan presente que, en la escuela secundaria, esa estructura deberá constituir una meta y no un punto de partida.

A pesar de que la "matemática escolar" difiere del trabajo científico, en el aula pueden y deben vivenciarse el estilo y las características de la tarea que realiza la comunidad matemática. De esta forma, los alumnos considerarán a la matemática como un quehacer posible para todos, tal como se definió en el Ciclo Básico de la Escuela Secundaria.

El imaginario popular asigna a la matemática significados discutibles que la colocan en un lugar casi inalcanzable para el común de las personas. Estas concepciones, en gran parte, tienen su origen en los aprendizajes que se produjeron durante la escolaridad. Por lo general la matemática escolar se caracteriza por una profusión de definiciones abstractas, procedimientos mecánicos, desarrollos unívocos y acabados, demostraciones formales, y un uso apresurado de la simbología. Esto contribuye a la creencia de que las personas que no son capaces de asimilar los contenidos vinculados a ella de modo sistémico, en el orden y la cantidad en la que se presentan, fracasan por falta de capacidad para la matemática.

Esta concepción determinista y elitista de la matemática se contrapone con la propuesta del presente Diseño Curricular, que considera a la disciplina como parte de la cultura, y valora a los alumnos como hacedores de la misma. Por este motivo, se propone un cambio sustancial en el quehacer matemático del aula mediante el cual el docente, a partir de la asimetría, sea un motor importante en la construcción de conocimientos que cobren sentido dentro de la formación integral del alumno.

En esta línea, una de las transformaciones que se producirán se vincula con el posicionamiento del docente, quien debe *abandonar* el lugar central que históricamente ha tenido dentro del aula para ocupar otro espacio en la dinámica de la clase; espacio que permita a los jóvenes interactuar con sus pares y con la propuesta de trabajo.

Sin embargo, el encuentro de los alumnos con las propuestas que se planifiquen no garantiza, por sí mismo, que ellos aprendan matemática. La intervención del docente es fundamental para que el aprendizaje sea posible y debe responder a estrategias que trasciendan la exposición como única dinámica de clase.

MAPA CURRICULAR

Materia	Matemática-Ciclo Superior	
Año	5°	
Ejes y núcleos sintéticos de contenidos	Geometría y Álgebra	Semejanza Razón entre áreas y volúmenes de cuerpos semejantes Lugar Geométrico Hipérbola. Elipse
	Números y Operaciones	Números reales Intervalos en R Operatoria Logaritmo Sucesiones Sucesiones dadas por término general y por recurrencia <i>Uso de calculadoras</i>
	Álgebra y Funciones	Funciones polinómicas Ceros. Gráficos Composición e inversas de funciones Funciones homográficas Funciones exponencial y logarítmica <i>Uso de software para el estudio de funciones</i>
	Probabilidad y Estadística	Estadística. Muestra y población Parámetros de posición Parámetros de dispersión Uso de calculadoras

CARGA HORARIA

La materia Matemática- Ciclo Superior corresponde al 5° año de la Escuela Secundaria en todas las orientaciones del Ciclo Superior.

Su carga horaria es de 108 horas totales; si se implementa como materia anual su frecuencia será de tres horas semanales.

OBJETIVOS DE ENSEÑANZA

- Promover el trabajo autónomo de los alumnos.
- Estimular el establecimiento, comprobación y validación de hipótesis por parte de los estudiantes, mediante el uso de las herramientas matemáticas pertinentes.
- Promover el trabajo personal y grupal, valorando los aportes individuales y colectivos para la construcción de los nuevos contenidos matemáticos.

- Promover el respeto por la diversidad de opiniones, así como una actitud abierta al cambio que permita elegir las mejores soluciones ante diferentes problemas matemáticos.
- Alentar a los alumnos para que valoren sus producciones matemáticas; realicen consultas; defiendan posturas; construyan hipótesis explicando construcciones matemáticas personales o ajenas.
- Evaluar los aprendizajes, vinculando los nuevos contenidos adquiridos con los anteriores.
- Valorar los conocimientos matemáticos extraescolares de los alumnos y retomarlos para su formalización, explicación y enriquecimiento en el marco de la materia.
- Propiciar la lectura de textos matemáticos como material de consulta y ampliación de lo trabajado en clase.
- Escuchar, registrar y retomar los aportes de los alumnos durante las clases.
- Promover la toma de conciencia de la distancia entre los contenidos nuevos y los saberes anteriores como muestra del crecimiento del saber matemático personal.
- Estimular el ajuste de la terminología y notación matemática en los diferentes contenidos.
- Incorporar, con distintos grados de complejidad, el uso de las Nuevas Tecnologías de la Información y la Conectividad (NTICX) en la enseñanza de la Matemática.

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

- Valorar la matemática como objeto de la cultura.
- Construir conocimientos matemáticos significativos.
- Utilizar estrategias de trabajo matemático en el aula, en un marco de responsabilidad, solidaridad y convivencia democrática.
- Establecer transferencias pertinentes de los conocimientos adquiridos a situaciones intra y/o extra-matemáticas.
- Trabajar de manera autónoma e identificar modelizaciones de situaciones que se presenten en diferentes campos.
- Dimensionar el propio progreso en la construcción de los contenidos y el lenguaje científico matemático.
- Comprender la importancia de la formalización mediante funciones trascendentes interpretándolas como herramientas de comunicación en el ámbito de la matemática.
- Distinguir las definiciones de las explicaciones y los ejemplos.
- Explicitar el rigor en las estrategias matemáticas que se utilizan.
- Comprobar lo razonable de los resultados en las respuestas a los problemas.
- Valorar la propia capacidad matemática.
- Identificar las características y estilos propios que se despliegan al abordar un problema matemático.

CONTENIDOS

Los contenidos de la materia Matemática-Ciclo Superior se organizan en cuatro ejes: Geometría y Álgebra, Números y Operaciones, Álgebra y Funciones, Probabilidades y Estadística. Éstos incluyen los núcleos sintéticos de contenidos descritos en el mapa curricular y agrupan conocimientos vinculados entre sí.

Cada eje continúa con lo propuesto en los diseños curriculares del Ciclo Básico, a la vez que profundiza y orienta el trabajo hacia los niveles de argumentación y formalización que se espera que los alumnos adquieran a lo largo de los tres años que componen el Ciclo Superior de la Escuela Secundaria. En este sentido, el Diseño Curricular para el 5º año incorpora contenidos nuevos que complementan y refuerzan la formación básica de los estudiantes.

Al momento de su abordaje, el docente deberá tener en cuenta que:

- el orden en que se presentan los ejes y los núcleos sintéticos no implica que necesariamente se enseñen de ese modo;
- el tratamiento de un eje puede provocar la aparición de nodos que refieren a otros ejes.

La descripción de contenidos que se desarrolla a continuación incluye orientaciones didácticas e incorpora ejemplos de problemas y situaciones de enseñanza, a partir de las cuales el docente puede trabajar los diferentes ejes y núcleos.

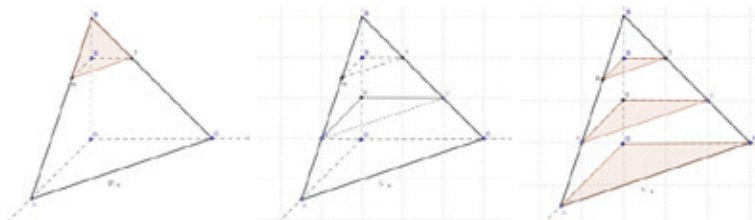
EJE GEOMETRÍA Y ÁLGEBRA

Semejanza

Razón entre áreas y volúmenes de cuerpos semejantes

El tema de cuerpos semejantes y del análisis de la razón entre sus áreas y volúmenes merece un tratamiento cuidadoso, dado que es frecuente que los alumnos de cursos superiores presenten dificultades al momento de resolver problemas vinculados a esta temática.

Se puede ayudar a los estudiantes a construir estrategias mediante la visualización de representaciones en ejes de figuras tridimensionales sencillas;

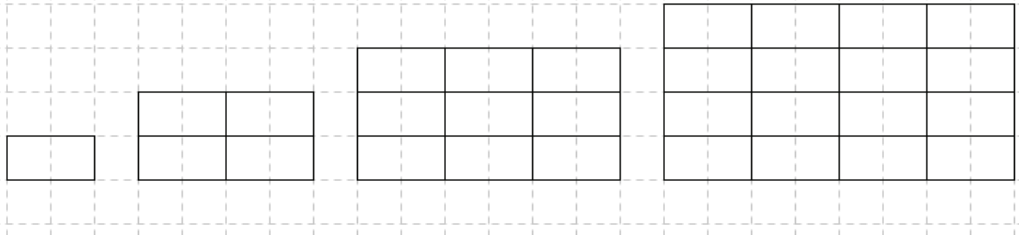


para luego acompañarlas con el estudio de las razones entre sus aristas, caras y el planteo de la razón entre sus volúmenes, tanto desde lo algebraico, como desde la visualización geométrica.

Ejemplo 1

Analizar en las siguientes figuras la razón de semejanza, la razón entre sus bases y alturas y la razón entre sus áreas.

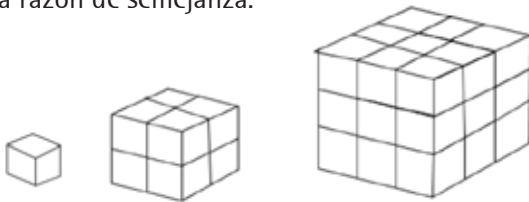
Se concluye que la razón entre las áreas de figuras semejantes es igual al cuadrado de la razón de semejanza.



Ejemplo 2

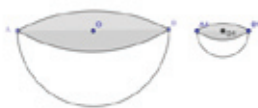
Analizar en los siguientes cubos semejantes, la razón de semejanza, la razón entre sus aristas y la razón entre sus volúmenes.

Se concluye que la razón entre los volúmenes de cuerpos semejantes es igual al cubo de la razón de semejanza.



Ejemplo 3

Los cuerpos redondos merecen una especial atención, dado que no es tan clara su visualización, y genera dificultades al momento de estimar la relación entre sus capacidades como en el caso de las siguientes semiesferas cuyos radios tienen razón 3.



Pueden plantearse problemas del tipo:

- Si el radio de una esfera se aumenta en un 20%, calcular el porcentaje de aumento de su volumen.
- Si el radio de una esfera se aumenta en un 20%, calcular en porcentaje la diferencia entre sus áreas.
- Si a una esfera de 10 cm de radio se la recubre con cierto material en 1cm de espesor, ¿en qué porcentaje se incrementa su volumen?

Lugar Geométrico

Hipérbola. Elipse

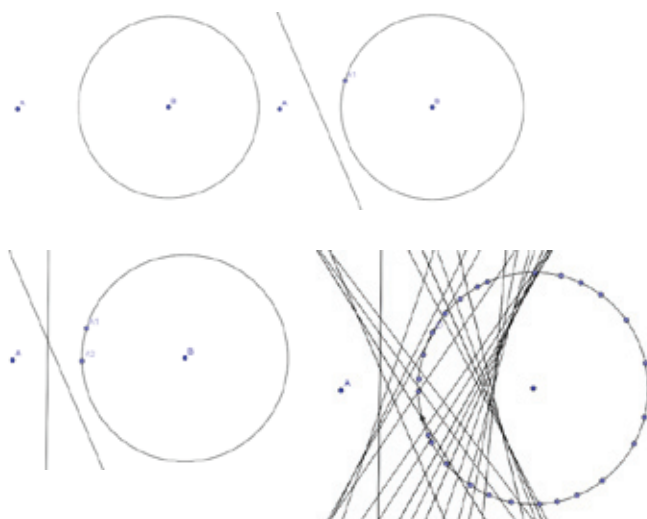
Se propondrá el trazado de lugares geométricos mediante el uso de elementos de geometría y de software tales como Geogebra , Cabri, Graphmatica u otros.

Las figuras cónicas se estudiarán como lugares geométricos notables y como secciones de una superficie cónica, definiéndolas en lenguaje coloquial, algebraico y gráfico.

Puede comenzarse con un método sencillo plegando una hoja de papel.

Ejemplo 4

Se dibuja una circunferencia y un punto exterior a ella. Luego se marcan puntos sobre la circunferencia y se realizan dobleces de modo que el punto exterior coincida con cada uno de los marcados en la circunferencia. De esta forma, los pliegues irán delimitando el trazado.



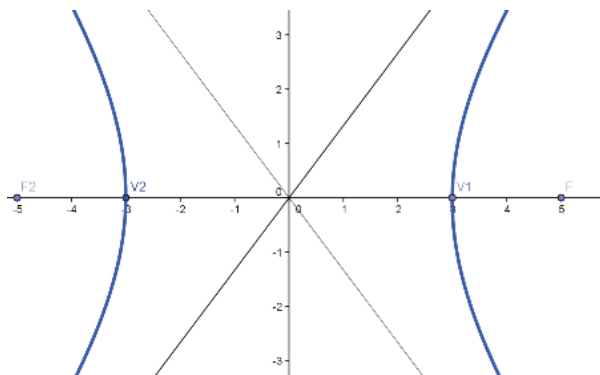
Se analiza la propiedad de sus puntos cuya diferencia, en valor absoluto, de sus distancias a dos puntos fijos, llamados focos, es igual a una constante menor que la distancia entre sus focos.

Ejemplo 5

El siguiente gráfico realizado con Geogebra, que puede obtenerse en la red, corresponde a la ecuación.

$$\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1 \text{ con eje focal } y=0, \text{ ecuaciones de las asíntotas } y = \frac{4}{3}x, y = -\frac{4}{3}x, \text{ focos en}$$

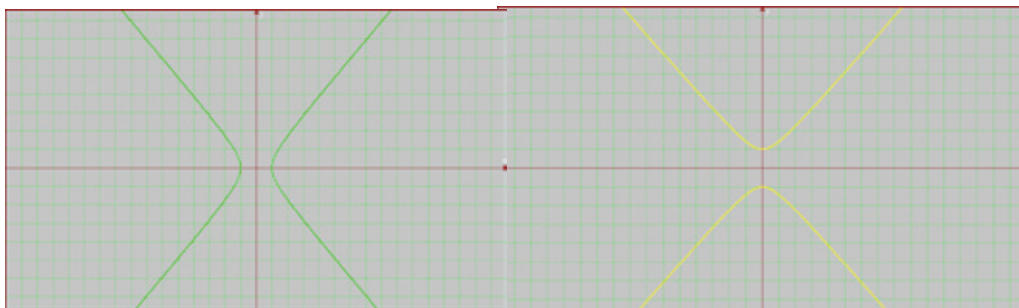
$F_1 = (5.0)$ y en $F_2 = (-5.0)$, excentricidad $e = \frac{5}{3}$, coordenadas de los vértices en $V_1 = (3.0)$ y (3.0) y $V_2 = (-3.0)$.



Son numerosos los sitios que brindan animaciones donde es posible observar la construcción de los lugares geométricos o su modificación a partir de los cambios de sus parámetros; asimismo, algunos de ellos contienen autoevaluaciones que permiten a los alumnos ver cuáles son los aspectos más relevantes del tema y su grado de construcción del saber.¹

Ejemplo 6

Las siguientes representaciones de dos hipérbolas conjugadas que tienen las mismas asíntotas fueron realizadas con el programa Graphmatica.



Sus ecuaciones son

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad \text{y} \quad -\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

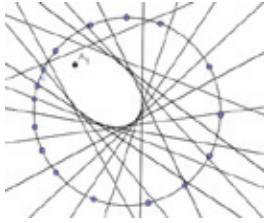
Dando distintos valores para a y b , preguntar ¿qué ocurre cuándo a y b toman igual valor? o ¿qué puede predecirse cuándo b es mayor que a ? Con un graficador podrán hacer conjeturas y comprobarlas.

Del mismo modo puede hacerse un tratamiento de la elipse plegando una hoja de papel.

¹ <http://www.dmae.upct.es/~pepemar/conicas/parabola/autoevapar.htm>

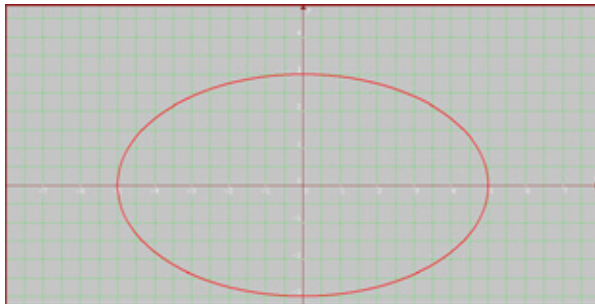
Ejemplo 7

Se dibuja una circunferencia. En ella se marcan puntos y un punto en su interior. Luego se realizan dobleces de modo que el punto interior coincida con cada uno de los marcados en la circunferencia. De esta forma, los pliegues delimitarán el trazado.

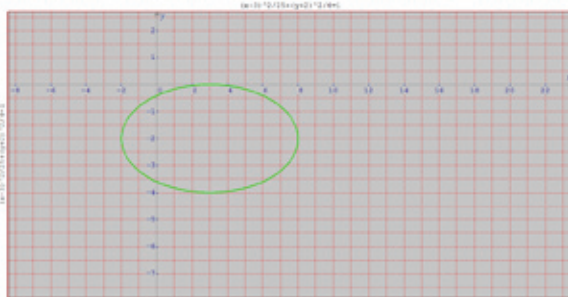


Se analiza la propiedad de sus puntos, tales que la suma de sus distancias a dos puntos fijos, llamados focos, es igual a una constante mayor que la distancia entre sus focos.

De igual modo, se estudia su ecuación $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ y se estimula a los alumnos a la investigación con animaciones, y graficadores.



Se analizan sus desplazamientos en el plano y su incidencia en la ecuación.



De ser pertinente, los alumnos podrán conocer con graficadores en 3D los lugares geométricos de los puntos del espacio, cuya ecuación es un polinomio de segundo grado en x, y, z y visualizar, por ejemplo, la ecuación de la esfera

$$x^2 + y^2 + z^2 = a^2.$$

EJE NÚMEROS Y OPERACIONES

Números reales

Intervalos en \mathbb{R} .

Operatoria

Logaritmo

El concepto de logaritmo se introduce desde el núcleo de funciones, como inversa de la función exponencial. Sin embargo, en este núcleo se trabajará el logaritmo como una operación entre números reales. Es conveniente para el estudio de las propiedades, que se deduzcan y se empleen en problemas que las requieran como herramientas.

Ejemplo 1

Sabiendo que $\log 2 = 0,301$ y que $\log 3 = 0,477$ se puede calcular el $\log 24$

$$\log 24 = \log (3 \times 8) = \log (3 \times 2^3) = \log 3 + 3\log 2 = 0,477 + 3 \times 0,301 = 1,38$$

Con los mismos datos calcular $\log (1/54)$.

Sucesiones

En el segundo año se introdujo el concepto de sucesiones; se pretende aquí retomarlo para profundizar su abordaje.

Ejemplo 2

Dado un cuadrado de lado 1, se sigue el siguiente procedimiento:

se unen los puntos medios de sus lados determinando un cuadrado en su interior;

se repite el paso en el segundo cuadrado y así sucesivamente.

Completa sabiendo que a_n representa el área del cuadrado del paso n

$$a_1 = 1 \quad a_2 = \frac{1}{2} \quad a_3 = \dots \quad a_4 = \dots \quad a_n = \dots$$

¿A partir de qué n el área del cuadrado es menor que $1/32$?

En el núcleo de funciones se trabajará con funciones exponenciales y logarítmicas donde el número e será de gran importancia.

El trabajo con sucesiones permite aproximarse de manera intuitiva al concepto de límite. La discusión con los alumnos acerca de los valores que va tomando la sucesión a medida que n crece, será una buena introducción al concepto de límite.

Ejemplo 3

Dada la sucesión:

$$a_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$$

- 1) Investiga con tu calculadora y calcula los diez primeros términos de la sucesión
- 2) ¿Cuánto vale a_{100} ? ¿y a_{1000} ?
- 3) Indicar si son verdaderas o falsas las siguientes afirmaciones. Argumenta tus respuestas.

Los términos de la sucesión son positivos.

En la sucesión cada término es mayor que el anterior.

Si se toman n suficientemente grandes los términos de la sucesión son mayores que 3.

Para todo $n \in \mathbb{N}$ vale $2 < a_n < 3$

Para toda $n \in \mathbb{N}$ vale $2 \leq a_n < 3$

- 4) Si se intenta calcular con una calculadora científica a_n para $n = 10^7$ el resultado que aparece en pantalla es 1. Intenta explicar por qué sucede este "error".

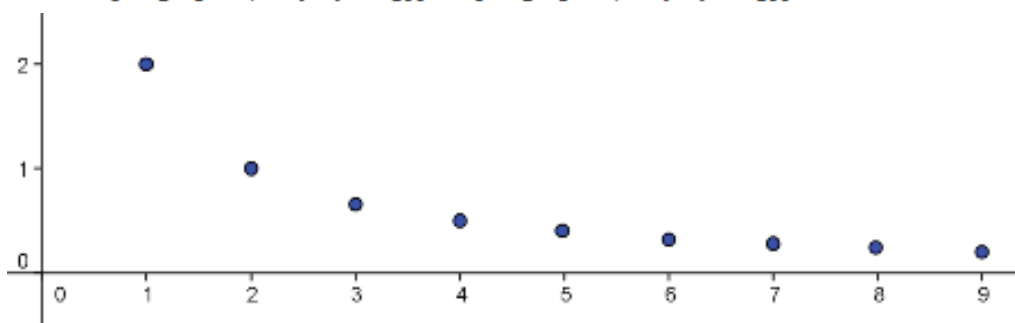
Conceptos tales como los de cotas, sucesiones acotadas, supremos e ínfimos, serán incorporados de manera progresiva por los alumnos, lo cual les permitirá describir situaciones con mayor precisión a partir de un vocabulario específico enriquecido.

Ejemplo 4

Dada la sucesión de término general

$$a_n = \frac{2}{n}$$

$$\left\{ 2, 1, \frac{2}{3}, \frac{1}{2}, \frac{2}{5}, \frac{2}{7}, \frac{1}{4}, \frac{2}{9}, \dots, \frac{2}{100}, \dots, \frac{2}{3}, \frac{1}{2}, \frac{2}{5}, \frac{2}{7}, \frac{1}{4}, \frac{2}{9}, \dots, \frac{2}{100}, \dots \right\}$$



Esta sucesión está acotada superior e inferiormente.

Está **acotada superiormente**, dado que existe un número k que no es superado por ningún término de la sucesión. En este ejemplo 2, 4, 8, 100, e, π , son cotas superiores.

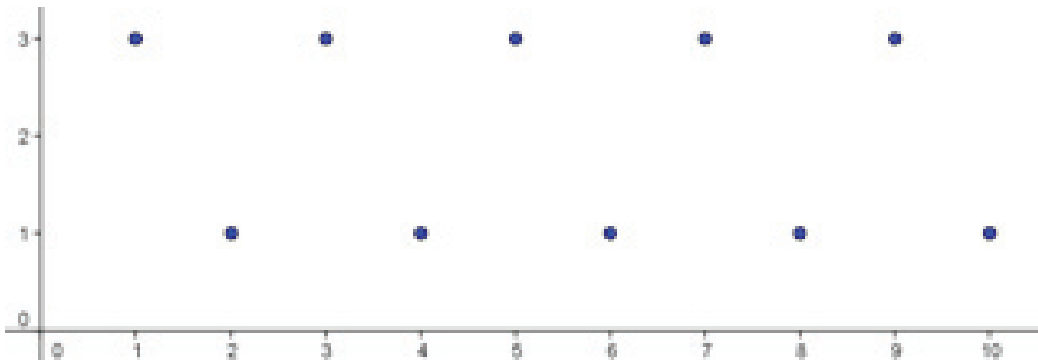
Está **acotada inferiormente**, dado que existen valores como $0, -1, -3, -\frac{3}{4}$, que son cotas inferiores: no superan a ningún término de la sucesión.

También se afirma que está sucesión es **monótona decreciente**, al ser cada término menor que el anterior.

Ejemplo 5

$$a(n) = a_n = 2 - (-1)^n$$

$$\{ 1, 3, 1, 3, 1, 3, 1, 3, \dots \}$$



Esta sucesión está acotada, admite cotas superiores y cotas inferiores.

El **supremo** es 3 dado que es la menor de las cotas superiores, y el **ínfimo** es 1, que es la mayor de las cotas inferiores ¿esta sucesión es monótona decreciente? ¿y monótona creciente?

Otra manera de definir esta sucesión es $a_n = \begin{cases} 3 & \text{si } n \text{ es impar} \\ 1 & \text{si } n \text{ es par} \end{cases}$

EJE ÁLGEBRA Y FUNCIONES

Funciones polinómicas

En los años anteriores se trabajó con el concepto de función y se profundizó en funciones lineales y cuadráticas. Se retome en el 5° año a fin de abordar el estudio de funciones más complejas. Asimismo, los conceptos: dominio de definición, ceros, imagen y positividad deben ser revisados en relación con las nuevas funciones que se presentan.

Es común encontrar entre los alumnos respuestas que dan indicio de lo frágil que son a veces los aprendizajes. Por ejemplo, alumnos que grafican cuadráticas y son capaces de calcular raíces dada una fórmula de una función, al interrogarlos acerca del dominio de definición, o del valor de la función para un valor determinado, muchas veces, no logran responder.

En este núcleo se propone el estudio de funciones inversas, por lo tanto, la revisión de los conceptos se vuelve indispensable, dado que las condiciones para su existencia devienen de la definición misma de función.

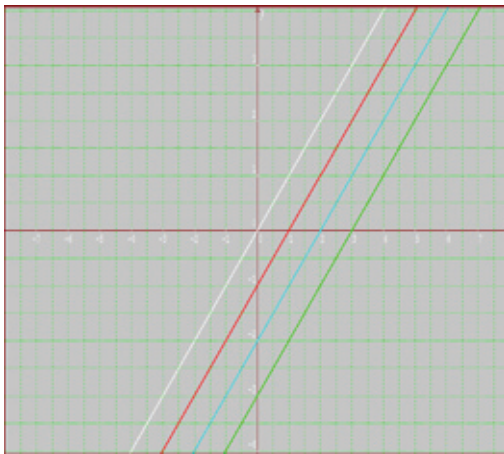
Por otra parte, se trabajará con gráficos de funciones polinómicas, prestando particular atención a la cantidad de ceros y la positividad en base a la idea, por el momento intuitiva, de continuidad.

Siempre que sea posible, se fomentará el abordaje de los temas desde distintos lenguajes. Esto no constituye una traducción literal sino una interpretación con mayor grado de abstracción; se pretende con ello que los contenidos anteriores se integren plenamente a los nuevos.

Ejemplo1

Dada la función : $f(x) = x \cdot (x-1)(x-2)(x-3)$

Analizar ceros y positividad del gráfico. Elaborar un gráfico aproximado.



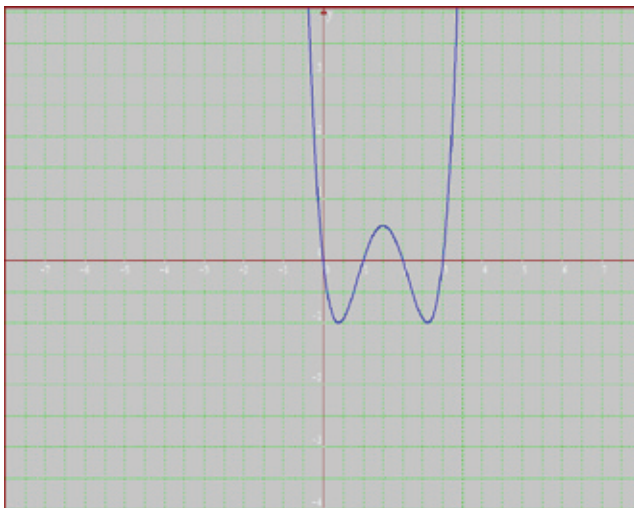
En el gráfico se representaron

$$\begin{aligned}f_1 &= x \\f_2 &= x-1 \\f_3 &= x-2 \\f_4 &= x-3\end{aligned}$$

En el intervalo $(-\infty, 0)$ las cuatro funciones toman valores negativos. Por lo tanto, la función polinómica de grado 4 que se analizará tomará el valor del producto de cuatro números negativos, es decir que en ese intervalo será positiva.

¿Qué se puede decir del intervalo $(1, 2)$?

Luego de realizar el análisis de los intervalos convenientes se verificará con el gráfico de la función propuesta.



Funciones exponenciales

Al proponer a los alumnos situaciones tales como: analizar el crecimiento de una población de bacterias que se triplica cada media hora; el valor de un coche que se deprecia un 10% anual; la propagación de un virus muy infeccioso como el de la gripe (cada enfermo infecta a varios); el valor de un depósito bancario que aumenta al 7% anual; los alumnos podrán construir la fórmula de funciones exponenciales a partir del análisis de los problema y su resolución.

Es necesario comparar crecimientos lineales con crecimientos exponenciales. Por ejemplo, partir del análisis de dichas situaciones y plantear la existencia de la función inversa; de esta forma se puede trabajar desde lo extramatemático hacia lo intramatemático. Es importante que el estudio de exponenciales y logaritmos permita distinguir procesos que se modelizan con estas funciones, y no se limite al manejo de fórmulas y gráficos.

Saber matemática significa, entre otras actividades, poder interpretar las cuestiones matemáticas presentes en otras disciplinas, interpretando cómo se utilizan los modelos matemáticos para describir, analizar y predecir fenómenos de las ciencias naturales o sociales, procesos tecnológicos, etcétera.

Es necesario, por tanto, proponer a los estudiantes el análisis, comentario y discusión de textos propios de la ciencia, así como textos de otras disciplinas donde el lenguaje matemático esté presente; una gran fuente de ejemplos de estas aplicaciones lo constituyen las funciones exponenciales y logarítmicas.

Ejemplo 1

Un laboratorio que realiza experiencias para el desarrollo de una nueva fórmula, han determinado que las bacterias que se utilizarán se reproducen por bipartición cada 20 minutos. Se inicia un campo de cultivo con una bacteria a las 8:00 horas. A las 8:20 existen 2 bacterias; a las 8:40 hay 4. Por observación en el microscopio, se sabe que a las 10:40 horas en punto, el campo de estudio tendrá llena la mitad de su capacidad.

¿A qué hora se llenará el campo de cultivo si se inició, como se ha dicho, a las 8:00 horas?

¿Cuántas bacterias habrá cuando el campo de cultivo esté lleno?

¿Cuál es el modelo matemático que se adecua al crecimiento de esta colonia de bacterias?

Ejemplo2

El señor A le propone al señor B la siguiente transacción:

A le dará a B \$ 1 el primer día del mes y cada día le dará \$1 más que el anterior.

B le dará a A \$ 0,01 el primer día del mes y cada día le dará el doble de lo que le dio el día anterior.

Día	Recibe A (\$)	Recibe B (\$)
1	0,01	1
2	0,02	2
3	0,04	3
4	0,08	4
5		5
6		

7		
8		
9		
x		

Analiza para quién es conveniente este trato y en qué condiciones de tiempo.

Ejemplo 3

Determinar K sabiendo que la gráfica de la función $f(x) = K^x$ pasa por el punto (2,9) calcular $f(-1)$ Representar la función y leer la información del gráfico: crecimiento y positividad.

EJE PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA

Estadística

Muestra y población

La estadística construye modelos matemáticos para analizar las características de una población mediante censos o muestras según se abarque o no la totalidad de elementos de estudio.

Para el abordaje de este núcleo sintético se tabularán y graficarán variables discretas y continuas de acuerdo a las características de las unidades de análisis susceptibles de ser medidas; se profundizará en el estudio de parámetros estadísticos de posición: mediana, moda y media aritmética; se construirán conceptos y se estudiarán utilidades de medidas de dispersión como varianza y desviación estándar; se construirán estrategias para la predicción, estimación y verificación de resultados.

Asimismo, se estudiarán medidas de posición como los fractiles, que en el caso de los cuarteles separan a los valores de distribución de frecuencias, en el 25% de las observaciones queda a la izquierda y el 75% a la derecha para q_1 , 50% y 50% para q_2 y en 75% a la izquierda y 25% derecha para q_3 ; del mismo modo puede razonarse para deciles y percentiles. Cuando se habla de que un valor que está en el percentil 80, se está diciendo que es un valor superior al 80% de la población analizada e inferior al 20% restante.

Es necesario considerar dos aspectos importantes, en primer lugar, no reducir la estadística a una mera aplicación de fórmulas, por lo que deberá incorporarse la calculadora y acompañar lo que se está realizando con un análisis del contexto del problema, a fin de resignificar la información que se obtiene de las variables en juego. Por otro lado, reflexionar acerca de qué aportan las medidas de posición y qué las de dispersión; analizar, por ejemplo, curvas de frecuencia con igual posición pero con distinta dispersión y hacer conjeturas sobre las mismas.

Uso de calculadoras en estadística

Es común que los alumnos posean calculadoras y realicen un aprovechamiento limitado de sus funciones, como en el caso del cálculo de la media o del desvío, por lo que se hace necesario identificar en las calculadoras las teclas $\sum x^2$, $\sum x$, n , varianza -según el modelo o modo de introducir los datos- formas de hacer correcciones, etcétera. Para ello se debe estimular la lectura de manuales de las calculadoras para el mejor uso de sus funciones.

ORIENTACIONES DIDÁCTICAS

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS Y FORMALIZACIÓN

Existe una importante cantidad de bibliografía acerca de las características que debe tener una actividad para constituirse en un problema que puede ser resuelto por parte de los alumnos. En este Diseño Curricular se considera que un problema:

- promueve el desarrollo de estrategias que favorecen una educación más autónoma, comprometida y participativa;
- se constituye como tal a partir del vínculo que el alumno establece con la tarea propuesta, y no es una característica inherente a las actividades;
- es una situación que se le presenta al estudiante y lo moviliza a la acción;
- genera que los jóvenes pongan en juego diferentes tipos de saberes relacionados con los conceptos, los procedimientos y/o las actitudes. Si el alumno reproduce un procedimiento aprendido con anterioridad, estaría realizando un ejercicio o un problema de aplicación, pero no aprendiendo a través de problemas en el sentido que entiende el presente Diseño.

La institucionalización de los conocimientos comienza con los estudiantes, en la legitimación de sus procesos por parte del docente, quien junto con ellos generaliza, enmarca en una teoría y descontextualiza el saber aprendido.

CLIMA DE LA CLASE Y TRATAMIENTO DEL ERROR

Los docentes desean que los alumnos se comprometan con su propio aprendizaje; esto se logra cuando desarrollan tareas de las que deciden hacerse cargo. En las clases de Matemática, las largas exposiciones suelen contar con pocos seguidores, aún cuando el grupo aparente lo contrario.

Educar matemáticamente no consiste en enseñar a partir de exposiciones teóricas, para luego solicitar a los alumnos la resolución de ejercicios y problemas. Para que ellos tomen un rol activo, es necesario generar un clima de confianza en su propia capacidad y de respeto por la producción grupal.

Resulta conveniente planificar la tarea en el aula, de modo tal que algunas veces haya una primera instancia de trabajo individual. En esta etapa el estudiante preparará su aporte personal para la posterior labor grupal.

Hacia el interior de los equipos, cada integrante compartirá su producción con los demás; entre todos construirán la forma de comunicarla a los restantes grupos con un registro adecuado que permita confrontar las diferentes resoluciones. En este momento es importante que el docente habilite la palabra de todos los alumnos.

Una vez que finalice la puesta en común y la discusión acerca de cada solución que los alumnos planteen, el docente establecerá el estatus matemático de estas construcciones. Los errores que

se produzcan en este proceso serán indicadores del estado del saber de los estudiantes, y el docente contribuirá para avanzar a partir de ellos.

La superación de errores se logrará si los alumnos toman conciencia acerca de los mismos y se hacen cargo de su reparación en niveles crecientes de autonomía. Dar la respuesta correcta no significa enmendar un error, más aún deberá estimularse al estudiante para que elabore estrategias de control que le permitan decidir sobre la corrección de sus producciones.

LEER Y ESCRIBIR EN MATEMÁTICA

Comprender un texto supone dar significado a lo leído e incluirlo en el marco personal de significaciones previas, enriqueciéndolas. En Matemática-Ciclo Superior este proceso debe ser correcto en términos de la ciencia y la cultura matemática. Palabras como *dependencia* o *semejanza* tienen significados diferentes en distintos contextos, pero en esta disciplina su definición es precisa. Por este motivo, la lectura de textos matemáticos ha de estar presente en las clases.

Entre otras actividades, leer matemática significa interpretar las cuestiones vinculadas al área que están presentes en textos de otras disciplinas; analizar cómo se utilizan los modelos matemáticos para describir y predecir fenómenos de las ciencias naturales o sociales, los procesos tecnológicos o las expresiones artísticas. Con esta finalidad, durante las clases será necesario proponer el análisis, comentario y discusión de materiales propios de la ciencia, así como textos de otras disciplinas donde el lenguaje matemático está presente a través de gráficos, porcentajes o esquemas geométricos.

Los alumnos podrán trabajar a partir de las producciones matemáticas de sus compañeros; las mismas serán un material rico sobre el cual iniciar la lectura de textos con el propósito de explicar, describir, argumentar, validar, dar precisión y complejizar la información con la que se cuenta.

Para promover el desarrollo de la capacidad lectora de los alumnos, es esperable que durante las clases los estudiantes se enfrenten a una diversidad de textos que incluyan expresiones verbales, simbólicas y gráficas. Es importante que puedan analizarlas y favorecer el pasaje a otras expresiones más complejas.

En el proceso de construcción de sentido de un lenguaje científico se produce una paradoja: por un lado, los objetos matemáticos deberían preceder a su representación, pero es a partir de ella que se conceptualizan semióticamente. Estas representaciones semióticas son necesarias para una comunicación más precisa, e imprescindibles para la construcción futura del concepto.

Para facilitar este proceso, será necesario promover la producción y la lectura de textos que permitan su representación a partir de diversos lenguajes –desde el natural o coloquial hasta el simbólico–, teniendo en cuenta que esto supera la simple traducción y adquiere riqueza y precisión mediante la relectura de las conceptualizaciones.

USO DE LA CALCULADORA

La calculadora, y algunos software específicos, son herramientas al alcance de los alumnos y de empleo cotidiano en la sociedad. En este Diseño Curricular su uso estará presente en todos los ejes y núcleos sintéticos de contenidos, ya que permitirá mejores visualizaciones sobre las cuales elaborar conjeturas, prever propiedades, descartarlas o comprobarlas. Al utilizar estas herramientas, se desplaza la preocupación por la obtención de un resultado y la actividad se centra en la construcción de conceptos y en la búsqueda de nuevas formas de resolución.

La calculadora, contrariamente a lo esperado o intuitivo, es un potentísimo instrumento de cálculo; es motivadora, despierta el interés de los alumnos en la búsqueda de regularidades o bien genera interrogantes –por ejemplo, en el caso de obtener por multiplicación números más pequeños–. Por otra parte, constituye una herramienta de control neutral, ya que el alumno puede utilizarla para verificar sus estimaciones sin percibir reprobación ni crítica ante las respuestas equivocadas.

Su uso se hace imprescindible en un momento en que el cálculo algorítmico dio lugar a nuevas formas de pensar en la educación matemática. Según Nicholas Burbules, "las nuevas tecnologías son herramientas demasiado valiosas como para dejarlas fuera del aula. El imperativo es encontrar la conexión entre aquello que los jóvenes se sienten motivados a hacer y aquello que como educadores consideramos que tienen que aprender".²

² Burbules Nicholas, "Los problemas no se solucionan con prohibir las TIC, simulando que no existen. Las nuevas tecnologías son herramientas demasiado valiosas como para dejarlas fuera del aula", en Educ.ar. Buenos Aires, 2009. [<http://portal.educ.ar/noticias/entrevistas/nicholas-burbules-los-problema.php>]

ORIENTACIONES PARA LA EVALUACIÓN

La evaluación en Matemática-Ciclo Superior se debe entender como un proceso continuo que involucra todas las actividades que el docente propone a sus alumnos; no está únicamente asociada a la calificación que surge de las evaluaciones escritas, en las cuales sólo se involucra la memorización de enunciados o la aplicación mecánica de reglas.

En una prueba escrita, el alumno resuelve problemas que el docente corrige. Esta corrección deberá considerar tanto la resolución del problema en su totalidad, como el pertinente uso de las herramientas matemáticas. Esto implica evaluar que el estudiante, una vez realizada la operatoria necesaria, sea capaz de contextualizar los resultados obtenidos para construir respuestas coherentes a la situación planteada.

Supone también la capacidad de explicar y justificar los procedimientos elegidos para la resolución de un problema, mediante el uso del lenguaje matemático en sus diferentes variantes (coloquial, gráfico, simbólico) y la producción de un registro que permita comunicar los resultados de manera eficaz.

En estas condiciones, la evaluación es un proceso que brinda a docentes y alumnos elementos para conocer el estado de situación de la tarea que realizan juntos; como tal, representa una oportunidad de diálogo entre ambos. De este modo, la devolución de las evaluaciones escritas debe prever breves momentos de atención personalizada a los estudiantes, que complementen los comentarios que el docente realiza en los exámenes cuando los corrige. A su vez, los resultados observados en la corrección permiten al docente reorientar el proceso de enseñanza y planificar la tarea futura.

Es importante que los alumnos conozcan con claridad qué es lo que se espera que logren en relación con el contenido que se evalúa. Por lo general, la calificación final de una prueba sólo es reflejo de la distancia entre lo que se espera que ellos logren y lo efectivamente alcanzado, pero en ocasiones es difícil para los estudiantes darse cuenta de aquello que el profesor considera importante a la hora de corregir. Por esto es indispensable que el docente explicité este tipo de cuestiones aunque las considere triviales.

Es importante también que se evalúe cuáles son los progresos de los jóvenes en relación con los conocimientos matemáticos evaluados y se les informe sobre lo que se espera que mejoren; esto contribuye a la construcción del *oficio de alumno de Matemática*. En este sentido, el docente debe llevar registros personalizados de los progresos de los estudiantes y considerar, como un punto más a la hora de calificar, la distancia entre las construcciones de los mismos y los saberes matemáticos.

Cuando el docente califique a sus alumnos, además de ponderar el estado de situación de cada uno de ellos, debe tener en cuenta el propio proceso de enseñanza de la materia y contemplar la distancia entre lo planificado y lo efectivamente realizado.

BIBLIOGRAFÍA

- Barbin, Evelyne y Douady, Regine (dir.), *Enseñanza de las matemáticas: relación entre saberes, programas y práctica*. IREM, Paris Topics Editions, 1996.
- Batanero, Carmen y Godino, Juan, *Estocástica y su didáctica para maestros*. Universidad de Granada, Departamento de Didáctica de la Matemática, 2002.
- — —, *Razonamiento combinatorio*. Madrid, Síntesis, 1994.
- Berlinski, David, *Ascenso infinito. Breve historia de las matemáticas*. Buenos Aires, Debate, 2006.
- Berté, Annie, *Matemática de EGB 3 al Polimodal*. Buenos Aires, A-Z editora, 1999.
- — —, *Matemática Dinámica*. Buenos Aires, A-Z editora, 1999.
- Bishop, Alan, *Enculturación matemática. La educación matemática desde una perspectiva cultural*, Buenos Aires, Paidós, 1999.
- Chevallard, Yves, *La transposición didáctica: del saber sabio al saber enseñado*. Buenos Aires, Aique, 1997.
- — —, Bosch, Marianna y Gascón, Joseph, *Estudiar matemáticas. El eslabón perdido entre enseñanza y aprendizaje*. Barcelona, ICE/ Horsori, 1997.
- Corbalan, Fernando, *La matemática aplicada a la vida cotidiana*. Barcelona, Grao, 1998.
- D'Amore, Bruno, *Bases filosóficas, pedagógicas, epistemológicas y conceptuales de la Didáctica de la Matemática*. México, Reverté, 2006.
- — —, "Conceptualización, registros de representaciones semióticas y noética: interacciones constructivistas en el aprendizaje de los conceptos matemáticos e hipótesis sobre algunos factores que inhiben la devolución", *Revista Uno* n°35. Barcelona, 2004.
- — —, *La complejidad de la noética en matemáticas como causa de la falta de devolución*. Bogotá, Universidad Pedagógica Nacional, 2002.
- — —, "La didáctica de la Matemática a la vuelta del milenio: raíces, vínculos e intereses", en *Revista Educación Matemática* n° 12. México, , 2000.
- Del Valle de Rendo, Alicia y Vega, Viviana, *Una escuela en y para la diversidad*. Buenos Aires, Aique, 2006.
- Fischbein, Efraim, *The evolution with age of probabilistics, intuitively based misconceptions*, Journal of research in Mathematical Education, NCTM, 1997.
- — — y Vergnaud, Gérard, *Matemática a scuola: teorie ed esperienze*. Bologna, Pitagora Editrice, 1992.
- Gheri, Italo, *Matemática Dilettevole e curiosa*. Milano, Ulrico Hoeplie Editore. 1978.
- Guzmán, Miguel, *Aventuras matemáticas*. Madrid, Pirámide, 1997.
- Gvartz, Silvina y De Podestá, María Eugenia (comp.), *Mejorar la escuela. Acerca de la gestión y la enseñanza*. Buenos Aires, Granica, 2004.
- Imbernón, Francisco (coord.), *La educación en el siglo XXI. Los ritos del futuro inmediato*. Barcelona, Graó, 2000.
- Klimovsky, Gregorio, *Las desventuras del conocimiento científico. Una introducción a la epistemología*. Buenos Aires, A-Z editora. 1994.
- Larson, Ron, Hostetler, Robert y Edwards, Bruce, *Cálculo I*. México, McGraw-Hill, 2006.
- Litwin, Edith (comp.), *Tecnología Educativa*. Buenos Aires, Paidós, 1995.
- Medina Rivilla, Antonio y Mata, Francisco Salvador, *Didáctica General*. Madrid, Prentice may, 2003.
- Meirieu, Philippe, *La opción de educar*. Barcelona, Octaedro, 2001.
- Nelsen, Roger, *Proofs without words II: more exercises in visual thinking*. Washington, DC: Math. Assoc. Amer., 2001.
- Odifreddi, Piergiorgio, *La Matemática del siglo XX. De los conjuntos a la complejidad*. Buenos Aires, Katz, 2006.
- Ortega, Tomás, *Conexiones matemáticas. Motivación del alumnado y competencia matemática*. Barcelona, Grao, 2005.

- Panizza, Mabel, *Razonar y conocer*. Buenos Aires, Libros del Zorzal, 2005.
- Parra, Cecilia y Saiz, Irma (comps.), *Didáctica de matemáticas. Aportes y reflexiones*. Buenos Aires, Paidós Educador, 1994.
- Plagia, Humberto, Bressan, Ana y Sadosky, Patricia, *Reflexiones teóricas para la Educación Matemática*. Buenos Aires, Libros del Zorzal, 2005.
- Ranciére, Jaques, *El maestro ignorante*. Barcelona, Laertes, 2003.
- Uno, "Evaluación en Matemática", en *Revista Uno* n° 11. Barcelona, Graó, 1997.
- — —, "La gestión de la clase de Matemática", en *Revista Uno* n° 16. Barcelona, Graó, 1997.
- Rico, Luis (coord.), *La educación matemática en la enseñanza secundaria*. Barcelona, ICE/ Horsori, 1997.
- Sadosky, Patricia, *Enseñar Matemática hoy. Miradas, sentidos y desafíos*. Buenos Aires, Libros del Zorzal, 2005.
- Sessa, Carmen, *Iniciación al estudio didáctico del Algebra*. Buenos Aires, Libros del Zorzal, 2005.
- Vergnaud, Gérard, *Aprendizajes y Didácticas: ¿Qué hay de nuevo?* Buenos Aires, Edicial, 1997.
- Wolton, Dominique, *Internet y después*. Barcelona, Gedisa, 2000

RECURSOS EN INTERNET

- Dialnet, <http://dialnet.unirioja.es/servlet/autor?codigo=219055>
- Educ.ar, el portal educativo del Estado argentino, <http://www.educ.ar/educar/>
- Matemática General, Escuela de Matemática, Instituto Tecnológico de Costa Rica, <http://www.cidse.itcr.ac.cr/cursos-linea/MATEGENERAL/index.htm>
- Organización de Estados Iberoamericanos. Para la Educación, la Ciencia y la Cultura, <http://www.campus-oei.org/oeivirt/edumat.htm>
- Redemat.com, recursos de matemáticas en Internet, <http://www.recursosmatematicos.com/>
- Revista digital matemática, Educación e Internet, <http://www.cidse.itcr.ac.cr/revistamate/>
- Revista Virtual Matemática, Educación e Internet, <http://www.cidse.itcr.ac.cr/revistamate/Herramientas/Recta/Recta.html>
- Sector Matemática, artículos, <http://www.sectormatematica.cl/articulos>.
- Sector Matemática, revistas, <http://www.sectormatematica.cl/revistas.htm>
- Universidad de Granada, <http://www.ugr.es/local/jgodino>
- Universidad Nacional de Luján, <http://www.unlu.edu.ar/~dcb/matemat/geometa1>.
- Wolfram MathWorld, built with Mathematica Technology, <http://mathworld.wolfram.com/ProofwithoutWords.html>

PROVINCIA DE BUENOS AIRES

GOBERNADOR

Dn. Daniel Scioli

DIRECTOR GENERAL DE CULTURA Y EDUCACIÓN

PRESIDENTE DEL CONSEJO GENERAL DE CULTURA Y EDUCACIÓN

Prof. Mario Oporto

VICEPRESIDENTE 1° DEL CONSEJO GENERAL DE CULTURA Y EDUCACIÓN

Prof. Daniel Lauría

SUBSECRETARIO DE EDUCACIÓN

Lic. Daniel Belinche

DIRECTOR PROVINCIAL DE GESTIÓN EDUCATIVA

Prof. Jorge Ameal

DIRECTOR PROVINCIAL DE EDUCACIÓN DE GESTIÓN PRIVADA

Dr. Néstor Ribet

DIRECTORA PROVINCIAL DE EDUCACIÓN SECUNDARIA

Mg. Claudia Bracchi

DIRECTOR DE PRODUCCIÓN DE CONTENIDOS

Lic. Alejandro Mc Coubrey



Dirección General de
Cultura y Educación

Buenos Aires
LA PROVINCIA